

I. ZH fizika BSc szakosoknak Kalkulusból, 2018. október 16.

A ZH-n semmilyen segédeszköz nem használható. Minden eredmény csak az indoklással együtt ér pontot. Az 5. és 6. feladat 10, a többi feladat 5-5 pontot ér.

1. Ábrázoljuk az $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy \geq 0 \text{ és } |x + y| \leq 2\}$ halmazt!
2. Adjuk meg az $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x^2}$ függvény inverzét!
3. Hol veszi fel az $f(x) = e^x + x$ hozzárendeléssel adott függvény inverze a 0 értéket?
4. Számítsuk ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{e^n - 1}}{2^n}$ határértéket!
5. Vannak-e olyan $f, g : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ deriválható függvények, amelyekre $f(x) \geq g(x)$, és csak $x = 0$ -ban teljesül egyenlőség, emellett
 - (a) $f'(0) = g'(0)$
 - (b) $f'(0) < g'(0)$
6. Elemezzük $f(x) = \frac{e^{x^2-x}}{x}$ hozzárendeléssel adott függvényt az alábbi szempontok szerint! határértékek, ahol nem értelmezett (egyoldali is); növekedési viszonyok; szélsőértékek helyek és típusuk; grafikon
7. Számítsuk ki az $x \rightarrow e^{x^2-x}$ függvény 0 körüli másodrendű Taylor-polinomját!
8. Mennyi az $\text{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ függvény inverzének deriváltja? (segítség: $1 + \text{sh}^2(x) = \text{ch}^2(x)$)

I. ZH fizika BSc szakosoknak Kalkulusból, 2018. október 16.

A ZH-n semmilyen segédeszköz nem használható. Minden eredmény csak az indoklással együtt ér pontot. Az 5. és 6. feladat 10, a többi feladat 5-5 pontot ér.

1. Ábrázoljuk az $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : xy \geq 0 \text{ és } |x + y| \leq 2\}$ halmazt!
2. Adjuk meg az $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = e^{-x^2}$ függvény inverzét!
3. Hol veszi fel az $f(x) = e^x + x$ hozzárendeléssel adott függvény inverze a 0 értéket?
4. Számítsuk ki a $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{\sqrt{e^n - 1}}{2^n}$ határértéket!
5. Vannak-e olyan $f, g : (-1, 1) \rightarrow \mathbb{R}$ deriválható függvények, amelyekre $f(x) \geq g(x)$, és csak $x = 0$ -ban teljesül egyenlőség, emellett
 - (a) $f'(0) = g'(0)$
 - (b) $f'(0) < g'(0)$
6. Elemezzük $f(x) = \frac{e^{x^2-x}}{x}$ hozzárendeléssel adott függvényt az alábbi szempontok szerint! határértékek, ahol nem értelmezett (egyoldali is); növekedési viszonyok; szélsőértékek helyek és típusuk; grafikon
7. Számítsuk ki az $x \rightarrow e^{x^2-x}$ függvény 0 körüli másodrendű Taylor-polinomját!
8. Mennyi az $\text{sh}(x) = \frac{e^x - e^{-x}}{2}$ függvény inverzének deriváltja? (segítség: $1 + \text{sh}^2(x) = \text{ch}^2(x)$)