

Kalkulus (Fizika BSc), 2018/2019. 1. félév, 1. ZH

Tudnivalók. Minden lapon legyen rajta a **szerző neve** és olvasható **NEPTUN kódja!** Valamennyi feladatnál **indoklás** szükséges, az eredmény vagy a válasz pusztán közléséért nem jár pont. Az előadáson és gyakorlaton bizonyított állítások felhasználhatók bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve; a differenciálszámítás és alkalmazásai vagy a L'Hospital-szabály nem ilyen! A feladatok nem nehézségi sorrendben következnek.

A ZH-n egy- vagy kétsoros numerikus kijelzésű, grafikus megjelenítésre, valamint szöveg tárolására és szimbolikus számításra alkalmatlan számológép használható, egyéb segéd-eszköz nem használható! **Mobiltelefon, tablet, laptop stb. nem lehet az asztalon, használatuk tilos!** Jó munkát!

1. Legyen $f(x) = \log_2(-x + 1)$ és $g(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

- Adjuk meg az f és g függvények esetében azt a legbővebb halmazt, ahol a hozzárendelés értelmezhető! (A továbbiakban ezt tekintjük f illetve g értelmezési tartományának.) Határozzuk meg az érték-készleteket is! (4 pont)
- Van-e inverze az $f: \mathcal{D}(f) \rightarrow \mathcal{R}(f)$ függvénynek? Ha igen, adjuk meg az inverzét és a $\mathcal{D}(f^{-1})$, $\mathcal{R}(f^{-1})$ halmazokat. (6 pont)
- Mi lesz az $f \circ g$ függvény? (4 pont)

2. Határozzuk meg az alábbi sorozat határértékét! (6 pont)

$$\frac{3^{2n} - \sqrt{n + 2n^2} + n^{2018}}{e^n - 9^{n+1} + 2018n^2}$$

3. Számítsuk ki az alábbi határértékeket! (5+5 pont)

a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x} - \frac{1}{x} \sqrt{x^4 - 5}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow -3} \operatorname{ctg}(x^2 - 9) \sin(x + 3)$$

4. Számítsuk ki az alábbi függvény deriváltját! (6 pont)

$$\frac{\operatorname{arc\,tg}(x^2 + 1) + e^{3x+6}}{x^2 + 6 \cos \pi}$$

5. Végezzük el az $f(x) = (x + 2)^2 e^{-x}$ függvény teljes vizsgálatát! (14 pont)

Kalkulus (Fizika BSc), 2018/2019. 1. félév, 1. ZH

Tudnivalók. Minden lapon legyen rajta a **szerző neve** és olvasható **NEPTUN kódja!** Valamennyi feladatnál **indoklás** szükséges, az eredmény vagy a válasz pusztán közléséért nem jár pont. Az előadáson és gyakorlaton bizonyított állítások felhasználhatók bizonyítás nélkül az állítást pontosan idézve; a differenciálszámítás és alkalmazásai vagy a L'Hospital-szabály nem ilyen! A feladatok nem nehézségi sorrendben következnek.

A ZH-n egy- vagy kétsoros numerikus kijelzésű, grafikus megjelenítésre, valamint szöveg tárolására és szimbolikus számításra alkalmatlan számológép használható, egyéb segéd-eszköz nem használható! **Mobiltelefon, tablet, laptop stb. nem lehet az asztalon, használatuk tilos!** Jó munkát!

1. Legyen $f(x) = \log_2(-x + 1)$ és $g(x) = \frac{1}{2\sqrt{x}}$

- Adjuk meg az f és g függvények esetében azt a legbővebb halmazt, ahol a hozzárendelés értelmezhető! (A továbbiakban ezt tekintjük f illetve g értelmezési tartományának.) Határozzuk meg az érték-készleteket is! (4 pont)
- Van-e inverze az $f: \mathcal{D}(f) \rightarrow \mathcal{R}(f)$ függvénynek? Ha igen, adjuk meg az inverzét és a $\mathcal{D}(f^{-1})$, $\mathcal{R}(f^{-1})$ halmazokat. (6 pont)
- Mi lesz az $f \circ g$ függvény? (4 pont)

2. Határozzuk meg az alábbi sorozat határértékét! (6 pont)

$$\frac{3^{2n} - \sqrt{n + 2n^2} + n^{2018}}{e^n - 9^{n+1} + 2018n^2}$$

3. Számítsuk ki az alábbi határértékeket! (5+5 pont)

a)

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 + 2x} - \frac{1}{x} \sqrt{x^4 - 5}$$

b)

$$\lim_{x \rightarrow -3} \operatorname{ctg}(x^2 - 9) \sin(x + 3)$$

4. Számítsuk ki az alábbi függvény deriváltját! (6 pont)

$$\frac{\operatorname{arc\,tg}(x^2 + 1) + e^{3x+6}}{x^2 + 6 \cos \pi}$$

5. Végezzük el az $f(x) = (x + 2)^2 e^{-x}$ függvény teljes vizsgálatát! (14 pont)