

KALKULUS I. GYAKORLAT
FIZIKA BSC I/1.

9. gyakorlat, 2019. 11. 21.

(Jelölés: **Házi feladat (a következő heti röpz h anyaga) az emelt szintű csoportnak)**

Határozott integrálok kiszámításához az alábbi tétel szerint elég az integrandus egy primitív függvényét ismerni.

1. Tétel (Newton–Leibniz). *Ha f folytonos az $[a, b]$ intervallumon és F primitív függvénye f -nek, akkor*

$$\int_a^b f = F(b) - F(a).$$

1. Számítsuk ki az alábbi integrálokat alkalmas helyettesítéssel, vagy akár más módon is.

(a) $\int e^{\sqrt{x}} dx = ?$ (b) $\int \frac{1}{\sqrt{36 - 16x^2}} dx = ?$ (c) $\int \frac{1}{1 + \sqrt{x}} dx = ?$
(d) $\int \frac{1}{25 + x^2} dx = ?$ (e) $\int \frac{e^{2x}}{1 + e^x} dx = ?$ (f) $\int \sqrt{1 - x^2} dx = ?$
(g) $\int x^2 \sqrt[3]{1 + x^3} dx = ?$ (h) $\int \frac{x^3}{(x - 1)^{100}} dx = ?$ (i) $\int \frac{1}{\operatorname{sh} x} dx = ?$
(j) $\int \sin \ln x dx = ?$ (k) $\int x \sin \sqrt{x} dx = ?$ (l) $\int \frac{1}{1 + \cos x} dx = ?$

2. Számítsuk ki az alábbi határozott integrálokat!

(a) (i) $\int_{-1}^1 x dx$, (ii) $\int_0^1 3x^5 - x^2 dx$, (iii) $\int_0^1 e^x dx$, (iv) $\int_{-\pi}^{\pi} \cos x dx$, (v) $\int_{\pi/6}^{\pi/3} \operatorname{tg} x dx$;
(b) (i) $\int_0^2 xe^x dx$, (ii) $\int_0^3 \operatorname{arc} \operatorname{tg} x dx$;
(c) (i) $\int_1^2 (3x + 4)^3 dx$, (ii) $\int_0^1 e^{\sqrt{x}} dx$, (iii) $\int_0^1 \sqrt{1 - x^2} dx$, (iv) $\int_0^1 \frac{e^{2x}}{1 + e^x} dx$.

3. Számítsuk ki az alábbi síkidomok területét!

- (a) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : 0 \leq y \leq 4 - x^2\}$;
(b) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x^2 \leq y \leq x + 2\}$;
(c) $\{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x \geq 0, x^2 \leq y \leq \sqrt{x}\}$;
(d) az $y = \sin x$ és az $y = (2/\pi)x$ görbék által határolt síkidom az első síknegyedben.