

Kiegészítő és beadható feladatok – Kalkulus I., emelt szint, 6. hét

(Jelölés: **Házi feladat** (előadónak beadandó) az emelt szintű csoportnak, **órai feladatok**.)

1. Igazak-e tetszőleges valós függvényekre az alábbi következtetések?

- (a) Ha $f'(0) = f''(0) = f'''(0) = 0$, akkor f -nek nullában szélsőértéke van.
- (b) Ha $f : [0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$ folytonos és $\lim_{x \rightarrow \infty} f'(x) = 0$, akkor f korlátos.
- (c) Ha $\lim_{x \rightarrow 0} f'(x) = \infty$, akkor f a nulla helyen nem lehet folytonos.
- (d) Ha f és g monoton növekvő az $[a, b]$ intervallumon, akkor az összegük is az.
- (e) Ha f és g monoton növekvő az $[a, b]$ intervallumon, akkor a szorzatuk is az.

2. Határozzuk meg a következő hozzárendeléssel adott függvények szélsőértékeit értelmezési tartományukon!

- (a) $f : [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 e^x$
- (b) $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \sqrt{e^x - \sin x}$
- (c) $f : [4, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x}{1 + x^2}$

3. Hány lokális maximuma lehet

- (a) egy harmadfokú polinomnak?
- (b) egy $f(x) = p(x)e^x$ alakú függvénynek, ahol p egy másodfokú polinom?